



Exercícios 2 - Probabilidade - Resolução

2.1. A cor dos olhos é herdada, sendo os olhos escuros devidos a um fator dominante e olhos claros ao seu recessivo. O que é mais provável, dois pais de olhos escuros terem um filho de olhos claros ou terem um filho de olhos escuros? Justifique a sua resposta.

Portanto: escuro > claro e há 3 casamentos possíveis: AA x AA, AA x Aa e Aa x Aa.

Casais	AA x AA	AA x Aa	Aa x Aa
Genótipos da prole	100% AA	50% AA e 50% Aa	75% A_ e 25% aa
Fenótipos da prole	100% escuro	100% escuro	75% escuro e 25% claro

Nos dois primeiros 100% da descendência é fenotipicamente normal. Apenas no terceiro existe possibilidade de haver criança de olhos claros, mas seu valor é de 25%.

Portanto, é muito mais provável pais de olhos escuros terem filhos de olhos escuros que terem filhos de olhos claros.

2.2. O albinismo, ausência total de pigmento, é devido a um alelo recessivo. Um casal deseja saber a probabilidade de ter uma criança albina. Qual será essa probabilidade se:

- Ambos têm pigmentação normal, mas cada um tem um genitor albino?
- O homem é albino, a mulher normal, mas o pai dela é albino?
- O homem é albino e a família da mulher não inclui albinos por, pelo menos, 3 gerações, incluindo 85 pessoas entre irmãos, tios, sobrinhos e primos?

$$\begin{array}{l}
 \text{a. } aa \text{O} \text{ ---- } \text{O} \text{ O} \text{ ---- } @aa \\
 \quad Aa \text{O} \text{ ---- } \text{O} \text{ Aa} \\
 \quad \quad @ \text{ aa}
 \end{array}
 \quad p = 1/4$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b. } \quad \text{O} \text{ ---- } @aa \\
 aa @ \text{ ---- } \text{O} \text{ Aa} \\
 \quad \quad @aa
 \end{array}
 \quad p = 1/2$$

$$\begin{array}{l}
 \text{c. } aa @ \text{ ---- } \text{O} \text{ AA} \\
 \quad \quad \text{O} \text{ Aa}
 \end{array}
 \quad p = 0$$

2.3. Há um casal, em que ambos são heterozigotos e normais para um dado caráter. Qual é a probabilidade de terem:

$$\begin{array}{l}
 \text{a. Um filho anormal?} \\
 Aa \text{ ---- } Aa \\
 \quad aa \quad \quad p = 1/4
 \end{array}$$

$$P = 1/4 \times 1/2 = 1/8$$

$$\begin{array}{l}
 \text{b. Uma filha normal?} \\
 P = 1/2 \times 3/4 = 3/8
 \end{array}$$

c. Duas filhas normais?

$$P = (3/8)^2 = 9/64$$

d. Três filhos anormais?

$$P = (1/8)^3 = 1/512$$

e. Duas filhas normais e três filhos anormais?

$$P = 5! / (2! 3!) \times (3/8)^2 \times (1/8)^3 = (5 \times 4 \times 3 \times 2) / (2 \times 3 \times 2) \times 9/64 \times 1/512 = 90 / 32768$$

2.4. Sabendo-se que 51% dos nascimentos de certa população são do sexo masculino, se sortearmos 5 certidões do arquivo de nascimentos desta população, qual a probabilidade estimada de que 3 registros sejam do sexo masculino?

Nascimento do sexo masculino = p e Nascimento do sexo feminino = q

Esta seqüência nos interessaria: h, h, h, m, m. Sua freqüência é p^3q^2

Como a ordem não interessa, temos que pensar em todas as combinações possíveis.

Há 10 modos de sortearmos 3 registros masculinos em 5:

h h h m m - h h m m h - h h m h m - h m m h h - h m h m h
h m h h m - m m h h h - m h m h h - m h h h m - m h h m h

Como cada uma das seqüências tem a mesma probabilidade de ocorrência (p^3q^2), a probabilidade estimada de obtermos a seqüência 1 ou 2 ou 3 ou ... ou 10 é $10 p^3q^2$

Lembrando que $p = 0,51$, então $q = 1 - p = 0,49$

Portanto, $P(3h \text{ e } 2m) = 10 p^3q^2 = 10 \cdot 0,51^3 \cdot 0,49^2 = 10 \cdot 0,132651 \cdot 0,2401 = 0,3185 = 31,85\%$

2.5. Em abóboras a cor do fruto (branco ou amarelo) é controlada por um par de genes. Uma planta pura com frutos brancos foi cruzada com uma planta pura de frutos amarelos. A descendência desse cruzamento foi inteiramente constituída por plantas com frutos brancos. O cruzamento entre essas plantas produziu 132 abóboras.

a. Quantos frutos amarelos e brancos há entre as 132 abóboras?

pura branca AA x aa pura amarela (P)

Aa 100% brancas (F_1) ... logo, branca > amarela

em F_2 há 132 abóboras, em que

$3/4 A_ =$ brancas = 99 (em que Aa = 2/4 e AA = 1/4)

$1/4 aa =$ amarelas = 33

b. Quantos, dessas 132 frutos, espera-se que sejam homozigotos?

33 são aa = amarelas

1/3 de 99 são AA = brancas. Portanto, há 66 homozigotas (33 amarelas e 33 brancas)

2.6. Analise a seguinte genealogia. Qual a probabilidade do casal 5 X 6 ter uma criança doente?

O-----O
 1 | 2 em que 4 e 6 são doentes = @

O @ O-----@
 3 4 5 6

- a.1/360 b.1/480 c.1/560 d.1/3 e. nda

P (5 Aa) = 2/3 e P (7 aa) = 1/2 Assim: 2/3 x 1/2 = 1/3, portanto, a resposta é d

2.7. Um homem míope e albino casou-se com uma mulher de pigmentação e visão normais, porém filha de pai também míope e albino. Sendo a miopia e o albinismo caracteres recessivos, quais as probabilidades desse casal ter:

- a. Uma criança de visão e pigmentação normais?
 a.1/2 b.1/4 c.3/4 d.1/8 e.1/16

Resolução usando Genética:

.....@-----O míope, albino (mmaa)
 míope, albino (mm aa) O-----@ normal, normal (Mm Aa)

GAMETAS ma..... MA, Ma, mA e ma

FILHOS.....MmAa, Mmaa, mmAa e mmaa ... P = 1/4 ... resposta b

- b. Uma filha míope e albina?
 a.1/2 b.1/4 c.3/4 d.1/8 e.1/16

filha, míope e albina

1/2 x 1/2 x 1/2 P = 1/8 ... resposta d

- c. 2 crianças míopes e 4 albinas?

$$P = 6! / (2! 4!) \times (1/2)^2 \times (1/2)^4 = 15 \times 1/4 \times 1/16 = 15/64 = 0,23437$$

2.8. Considere os 3 pares de genes: C codifica indivíduo destro > c indivíduo canhoto, E determina cabelos escuros > e cabelos claros e R confere a presença de fator Rh > r ausência do fator. Qual das respostas abaixo corresponde às probabilidades esperadas para os fenótipos pedidos, na prole de casais triplo-heterozigotos (CcEeRr)?

	Des	Rh+ Can	Can, Rh+, cab esc
a	1/2	1/8	3/64
b	3/4	3/16	9/64
c	3/4	1/16	3/64
d	27/64	9/64	1/8

Cc Ee Rr x Cc Ee Rr

Cc x Cc Ee x Ee Rr x Rr
 3/4 C_ = des 3/4 E_ = escuro 3/4 R_ = Rh+
 1/4 cc = can 1/4 ee = claro 1/4 rr = Rh-

destros = 3/4
 canhotos e Rh+ = 1/4 x 3/4 = 3/16
 canhotos, Rh+ e cabelos escuros = 1/4 x 3/4 x 3/4 = 9/64
 Resposta: 3/4, 3/16, 9/64. Portanto a alternativa é b

2.9. Uma raça de coelhos, mantida com ração controlada, pode ter indivíduos com todos os fenótipos possíveis: 1500, 1600, 1700, 1800, 1900, 2000 ou 2100 g. Qual a frequência de indivíduos com 2000 g em F₂?

Número de fenótipos = 2n + 1, portanto, 7 = 2n + 1, então n = 3 pares de genes
 Procura-se na linha equivalente a 6 genes no triângulo de Pascal

no. genes	coeficientes
0	1
1	1 1
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 <u>20</u> 15 6 1

número de genes	1	6	15	20	15	6	1	64
Fenótipo (gramas)	1500	1600	1700	1800	1900	2000	2100	Total

Assim sendo a frequência de indivíduos com 2000 g em F₂ é 6/64.

2.10. Há uma variedade de aveia que rende 10 g por planta (máx) e outra que rende 4 g (mín). As 2 variedades foram intercruzadas e resultou uma geração F₁ que rendeu 7 g. Em F₂, entre um total de 448 plantas, entre 7 fenótipos diferentes, 7 renderam 4 g por planta. Qual a frequência de indivíduos com 7g em F₂?

Lembrando que $(1/4)^n$ = frequência dos extremos

Freq. extremo = 7 / 448 = 1/64 = $(1/4)^n$ = 1/4³
 portanto, n = 3 pares de genes = 6 genes

máximo ----- mínimo AaBbCc x AaBbCc

(P) AABBCc 10g aabbcc 10 g 448 plantas em F₂. Quantas têm 7g?

(F₁) AaBbCc 7g

6	1	6	15	<u>20</u>	15	6	1
No. gramas	4	5	6	<u>7</u>	8	9	10

Portanto, 20/64 = 5/16 é a proporção esperada

2.11. Considerando uma certa anomalia que tem probabilidade de 0,5 de se manifestar em filhos de casais que incluem 1 cônjuge afetado. Analisando irmandades de diferentes tamanhos geradas por esses casais, qual a probabilidade de encontrarmos pelo menos 7 anômalos nas irmandades com 12 irmãos?

Usando o Triângulo de Pascal : Para se determinar os coeficientes da equação, monta-se o Triângulo até atingir o n desejado:

no. genes	coeficientes
0	1
1	11
2	1 2 1
3	1 3 3 1
4	1 4 6 4 1
5	1 5 10 10 5 1
6	1 6 15 20 15 6 1
7	1 7 21 35 35 21 7 1
8	1 8 28 56 70 56 28 8 1
9	1 9 36 84 126 126 84 36 9 1
10	1 10 45 120 210 252 210 120 45 10 1
11	1 11 55 165 330 462 462 330 165 55 11 1
12	1 12 66 220 495 792 924 792 495 220 66 12 1

Portanto, a equação será:

$$1p^{12}q^0 + 12p^{11}q^1 + 66p^{10}q^2 + 220p^9q^3 + 495p^8q^4 + 792p^7q^5 + 924p^6q^6 + 792p^5q^7 + 495p^4q^8 + 220p^3q^9 + 66p^2q^{10} + 12p^1q^{11} + 1p^0q^{12}$$

Sendo p = normalidade e q = anomalia, como o problema pede "pelo menos 7 anômalos nas irmandades com 12 irmãos" nos interessa apenas essa parte da equação:

$$\begin{aligned}
 &P(792p^5q^7 + 495p^4q^8 + 220p^3q^9 + 66p^2q^{10} + 12p^1q^{11} + 1p^0q^{12}) = \\
 &= 792 \frac{1}{2}^5 \frac{1}{2}^7 + 495 \frac{1}{2}^4 \frac{1}{2}^8 + 220 \frac{1}{2}^3 \frac{1}{2}^9 + 66 \frac{1}{2}^2 \frac{1}{2}^{10} + 12 \frac{1}{2}^1 \frac{1}{2}^{11} + 1 \frac{1}{2}^0 \frac{1}{2}^{12} = \\
 &= 792 \times \frac{1}{32} \times \frac{1}{128} + 495 \times \frac{1}{16} \times \frac{1}{256} + 220 \times \frac{1}{8} \times \frac{1}{512} + 66 \times \frac{1}{4} \times \frac{1}{1024} + 12 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2048} + \frac{1}{4096} = \\
 &= \frac{792}{4096} + \frac{495}{4096} + \frac{220}{4096} + \frac{66}{4096} + \frac{12}{4096} + \frac{1}{4096} = \\
 &= \frac{1.586}{4096} = 0,3872070 = 38,72\%
 \end{aligned}$$

2.12. A incidência de uma certa anomalia congênita é de 0,4 por 1.000 recém-nascidos. Numa amostra de 1000 recém-nascidos, qual a probabilidade de ela:

a. não incluir casos de anomalia?

Para calcular as probabilidades solicitadas, buscamos saber quais os números esperados, em 100 amostras de 1.000 recém-nascidos, daquelas com 0, 1 e 2 casos da anomalia congênita em questão, segundo a distribuição de Poisson. Lembrar que:

Número de ocorrências do evento:	0	1	2	3	4
Probabilidade de ocorrência:	$1/e^u$	u/e^u	$u^2/2 \cdot e^u$	$u^3/2 \cdot 3 \cdot e^u$	$u^4/2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot e^u$

Para calcular as probabilidades solicitadas, busca-se saber quais os números esperados, em 100 amostras de 1.000 recém-nascidos, daquelas com 0, 1 e 2 casos da anomalia congênita em questão, segundo a distribuição de Poisson.

Usa-se 100 amostras para obter as probabilidades em %. Lembrar que:

Número de ocorrências do evento:	0	1	2	3	4
Números esperados de amostras:	n/e^u	nu/e^u	$\frac{nu^2}{2} \cdot e^u$	$nu^3/2 \cdot 3 \cdot e^u$	$nu^4/2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot e^u$

a. Número esperado de amostras com 0 anômalos

$$\text{Incidência da anomalia} = 0,4 \text{ n} / e^u = \log n - u \log e \log 100 - 0,4 \times 0,434295 = 1,826282$$

Portanto, número esperado de amostras com 0 anômalos =

$$\text{antilog } 1,826282 = 10^{1,826282} = 67,0319 = 67$$

b. incluir 1 caso de anomalia?

$$\begin{aligned} nu / e^u &= \log n + \log u - u \log e = \log 100 + \log 0,4 - 0,4 \times 0,434295 \\ &= 2 + -0,397940 - 0,173718 = 1,428342 \end{aligned}$$

Portanto, número esperado de amostras com 1 anômalo
= antilog 1,428342 = $10^{1,428342} = 26,812790 = 27\%$

c. incluir 2 casos de anomalia?

$$\begin{aligned} &= nu^2 / 2 e^u = \log n + 2 \log u - (\log 2 + u \log e) = \log n + 2 \log u - \log 2 - u \log e \\ &= \log 100 + 2 \log 0,4 - 0,301030 - 0,4 \times 0,434295 \\ &= 2 + -0,795880 - 0,301030 - 0,173718 = 0,719372 \end{aligned}$$

Portanto, número esperado de amostras com 2 anômalos
= antilog 0,719372 = $10^{0,719372} = 5,240491 = 5\%$

extra. Número esperado de amostras com 3 anômalos = $nu^3/2.3.e^u$

$$\begin{aligned} &= nu^3/2.3.e^u = \log n + 3 \log u - (\log 2 + \log 3 + u \log e) \\ &= \log 100 + 3 \log 0,4 - 0,301030 - 0,477121 - 0,4 \times 0,434295 \\ &= 2 + -1,19382 - 0,301030 - 0,477121 - 0,173718 = -0,145689 \end{aligned}$$

Portanto, número esperado de amostras com 0 anômalos
= antilog -0,145689 = $10^{-0,145689} = 0,715008 = 1\%$

2.13. A incidência de uma anomalia congênita é 0,5 por 1000 recém-nascidos. Em uma amostra de 2.000 recém-nascidos, qual é a probabilidade de ela não incluir casos dessa anomalia?

$$n = 100, \log n = 2 \text{ e } u = 0,5 / 1000 \times 2000 = 1$$

Número esperado de amostras com 0 anômalos = n / e^u

$$n / e^u = \log n - u \log e = \log 100 - 1 \times 0,434295 = 2 - 0,434295 = 1,565705$$

$$\text{número esperado com 0 anômalos} = \text{antilog } 1,565705 = 10^{1,565705} = 36,7879 = 37\%$$

Portanto, uma amostra de 2000 RN têm 37% de não incluir casos com tal anomalia.

extra1. Qual é a probabilidade de ela incluir um caso dessa anomalia?

Número esperado de amostras com 1 anômalo = nu / e^u

$$\begin{aligned} nu / e^u &= \log n + \log u - u \log e = \log 100 + \log 1 - 1 \times 0,434295 \\ &= 2 + 0 - 0,434295 = 1,565705 \end{aligned}$$

$$\text{número esperado com 1 anômalo} = \text{antilog } 1,565705 = 10^{1,565705} = 36,7879 = 37\%$$

extra2. Qual é a probabilidade de ela incluir dois casos dessa anomalia?

Número esperado de amostras com 2 anômalos = $nu^2 / 2e^u$

$$\begin{aligned} &= nu^2 / 2e^u = \log n + 2 \log u - (\log 2 + u \log e) = \log n + 2 \log u - \log 2 - u \log e \\ &= \log 100 + 2 \times 0 - 0,301030 - 1 \times 0,434295 \\ &= 2 + -0,301030 - 0,434295 = 1,264675 \end{aligned}$$

$$\text{número esperado com 2 anômalos} = \text{antilog } 1,264675 = 10^{1,264675} = 18,39394993 = 18\%$$

OBS.: Os exercícios 2.12 e 2.13 correspondem aos de número 23 e 24 do [capítulo 2 do livro](#) do Dr. Bernardo Beiguelman.



clicando em pdf com o botão direito do *mouse*.

Depois, clique em algo semelhante a "Salvar destino como"
Escolha um *drive* e uma pasta e clique em OK.

[Biometria](#)

[Início](#)

[Topo](#)

Este "site", destinado prioritariamente aos alunos de Fátima Conti, está disponível sob FDL (*Free Documentation Licence*), pretende auxiliar quem se interessa por Bioestatística, estando em permanente construção. Sugestões e comentários são bem vindos. Se desejar colaborar clique [aqui](#). Agradeço antecipadamente.



Deseja **enviar** essa página?

Se você usa um programa de correio eletrônico devidamente configurado para um [e-mail pop3](#), clique em "Enviar página" (abaixo) para abrir o programa.

Preencha o endereço do destinatário da mensagem.

E pode acrescentar o que quiser.

(Se não der certo, clique [aqui](#) para saber mais).

[Enviar página](#)

Última alteração: 27 jul 2007